18th Benelux Mathematical Olympiad

Valkenswaard, 24–26 April 2026

BxMO 2026

De opgaven staan niet op volgorde van ingeschatte moeilijkheidsgraad.

Opgave 1. Zij n een (strikt) positief geheel getal en laat $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$ (strikt) positieve reële getallen zijn zodat

$$a_k(b_1 + \cdots + b_k) \leqslant k \qquad \text{en} \qquad b_k(a_1 + \cdots + a_k) \leqslant k$$

voor $k = 1, 2, \ldots, n$. Bewijs dat $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(b_1 + b_2 + \cdots + b_n) \leqslant n^2$.

Opgave 2. Zij a_0 en N (strikt) positieve gehele getallen. Ben en Lux spelen om de beurt in het volgende spelletje: Aan het begin wordt het getal N op een bord geschreven. In beurt $i \geqslant 1$ van het spel kiest de speler die aan de beurt is een (strikt) positief geheel getal $a_i \leqslant a_{i-1}$, en vervangt het getal n op het bord op dat moment door $n - a_i$. De eerste speler die een getal $n \leqslant 0$ opschrijft verliest het spel. Ben is als eerste aan de beurt. Bepaal voor elke $N \geqslant 2$ de kleinst mogelijke waarde van a_0 waarvoor Ben het spel kan winnen onafhankelijk van hoe Lux speelt.

Opgave 3. Zij $ABCD$ een parallellogram zodat $|AC| = |BC|$, en zij A' de spiegeling van A in B. De lijnen (rechten) BD en $A'D$ snijden de omgeschreven cirkel van driehoek ACD respectievelijk in E en F. De lijnen (rechten) AE en $A'C$ snijden in het punt G. Laat zien dat de lijnen (rechten) AC, EF en BG door één punt gaan of paarsgewijs parallel zijn.

Opgave 4. Vind alle paren (a, b) van (strikt) positieve gehele getallen zodat er een (strikt) positief geheel getal c bestaat waarvoor $a^2 + b^2 + c^2$ een deler is van $(a + b + c)^2$.

Language: Dutch

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard